Prof. Dr. Armin Iske
Dr. Lars Poppe
Dr. Andreas Vollmer

Fachbereich Mathematik
Universität Hamburg
Wintersemester 2022/23

Übungen zu Analysis 1

Aufgaben des Tages 24 — 26. Januar 2022

Aufgabe 1: *(2+1+2 Punkte)*

(a) Zeige, dass die Funktion $f(x) = 1/x$ nicht gleichmäßig stetig auf $(0, 1] \subset \mathbb{R}$ ist.

(b) Zeige, dass die Exponentialfunktion nicht gleichmäßig stetig auf $[1, \infty) \subset \mathbb{R}$ ist.

(c) Zeige, dass die Exponentialfunktion gleichmäßig stetig auf $(-\infty, 1] \subset \mathbb{R}$ ist.

Hinweis: Benutze uneigentliche Grenzwerte. Betrachte für (a) und (b) Punkte x, y festen Abstandes $|x - y| = \delta/2$, um einen Widerspruch herzuleiten, und konstruiere für (c) ein passendes $\delta > 0$ mit Hilfe des Grenzwertes für $x \to -\infty$ und beschränkter Intervalle.

Aufgabe 2: *(5 Punkte)* Sei $f : (0, 1] \longrightarrow \mathbb{R}$ stetig. Beweise, dass f genau dann gleichmäßig stetig auf $(0, 1]$ ist, falls der einseitige Grenzwert $\lim_{x \searrow 0} f(x)$ als reelle Zahl existiert.

Hinweis: Zeige zunächst für die erste Richtung, dass eine gleichmäßig stetige Funktion auf $(0, 1]$ beschränkt ist. Konstruiere damit einen Kandidaten für den Grenzwert.

Ausgabedatum: 26. Januar 2022 **Abgabetermin:** 30. Januar 2022, 10:00 Uhr.